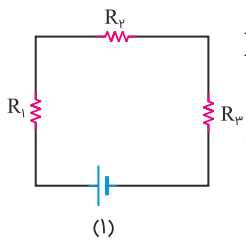




گزینه ۱

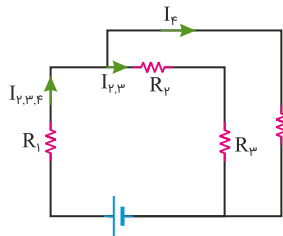
۱

در حالت باز بودن کلید k ، مطابق شکل (۱) زیر، مقاومت‌های R_1 و R_2 و R_3 باهم سری هستند.



$$I_2 = I_{\text{کل}} = \frac{V}{R_{\text{eq}}} = \frac{48}{8 + 8 + 8} = 2 \text{ A}$$

در حالت بسته شدن کلید، مطابق شکل (۲)، R_2 و R_3 باهم سری، حاصل آن‌ها با R_4 موازی و مقاومت معادل آن‌ها با R_1 سری خواهد بود.



$$R_{2,3} = R_2 + R_3 = 16 \Omega$$

$$\frac{1}{R_{2,3,4}} = \frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{1}{8} \Rightarrow R_{2,3,4} = 8$$

$$R_{\text{eq}} = R_1 + R_{2,3,4} = 8 + 8 = 16 \Omega$$

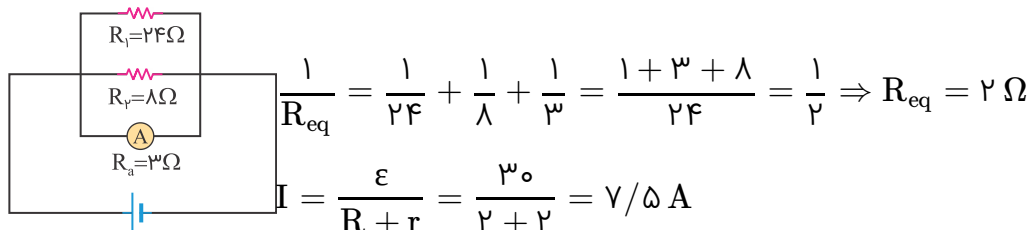
$$I_{\text{کل}} = \frac{V}{R_{\text{eq}}} = \frac{48}{16} = 3 \text{ A} = I_1 = I_{2,3,4}$$

قانون انشعاب $I_{2,3,4} = I_{2,3} + I_4 = 3$

$$16I_{2,3} - 16I_4 = 0 \Rightarrow I_{2,3} = I_4 = 1/5 \text{ A}$$

پس جریان عبوری از مقاومت R_2 ، نسبت به حالت اول، $0/5 \text{ A}$ کاهش خواهد یافت.

مقاومت‌های R_1 و R_2 و آمپرسنج با هم به صورت موازی بسته شده‌اند.

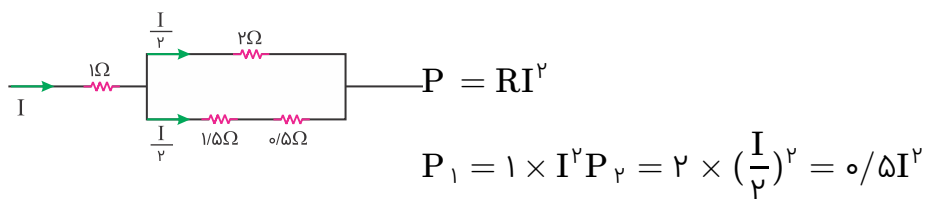


اگر جریان مقاومت R_1 را x فرض کنیم، جریان R_2 برابر با $3x$ و جریان آمپرسنج $8x$ است.

$$8x + x + 3x = 12x = 7/5 \Rightarrow x = \frac{7/5}{12} = \frac{15}{24}$$

$$I_A = 8x = 8 \times \frac{15}{24} = \frac{15}{3} = 5 \text{ A}$$

مدار را ساده‌تر می‌کنیم و جریان کل I را برای مقاومت ۱ اهمی در نظر می‌گیریم. جریان بقیه شاخه‌ها را بر حسب I محاسبه می‌کنیم.



$$P_{1/5} = 1/5 \times \left(\frac{I}{5}\right)^2 = 0/375 I^2$$

$$P_{0/5} = 0/5 \left(\frac{I}{5}\right)^2 = 0/125 I^2$$

می‌توان دید مقاومت ۱ اهمی بیشترین توان مصرفی را نسبت به بقیه دارد.

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= \frac{E}{t} = \frac{135}{60} = 2/25 \\ P_1 &= RI^2 = 1 \times I^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow I^2 = 2/25 \Rightarrow I = 1/5 A$$

حال مقاومت معادل را محاسبه می‌کنیم تا در رابطه $I = \frac{\varepsilon}{R_T + r}$ جایگذاری می‌کنیم. مقاومت‌های $0/5$ و $1/5$ اهمی متوالی و

معادل ۲ اهم هستند. این ۲ اهم با ۲ اهم شاخه بالایی موازی است. معادل آن‌ها $1 = \frac{2 \times 2}{2 + 2}$ اهم می‌شود. پس در نهایت R_T برابر با $2 + \frac{2 \times 2}{2 + 2} = 2$ اهم است.

$$I = \frac{\varepsilon}{R_T + r} \Rightarrow 1/5 = \frac{\varepsilon}{2 + 1} \Rightarrow \varepsilon = 4/5 V$$

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow \frac{R_r}{R_1} = \frac{V_r}{V_1} \times \frac{I_1}{I_r} \Rightarrow \frac{\lambda}{r} = 1 \times \frac{I_1}{I_r}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{I_1}{I_r} &= f \\ I &= \frac{\Delta q}{\Delta t} \end{aligned} \right. \Rightarrow \frac{\Delta q_1}{\Delta q_r} = f \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} \Delta q_r &= \frac{\Delta q_1}{f} \\ \Delta q &= ne \end{aligned} \right. \Rightarrow n_r e = \frac{n_1 e}{f}$$

$$\Rightarrow n_r = \frac{10^{10}}{f} = 2/5 \times 10^9$$

مقاومت الکتریکی رسانای اهمی در دمای ثابت، ثابت است و به تغییرات ولتاژ و جریان وابسته نیست. بنابراین گزینه‌های "۱" و "۳" حذف می‌شوند. تغییرات جریان عبوری از یک رسانای اهمی، متناسب با تغییرات اختلاف پتانسیل الکتریکی است. اختلاف پتانسیل افزایش‌یافته، پس جریان عبوری نیز افزایش می‌یابد.

$$\frac{4}{2} Ah = (700 \text{ mA}) \times h = (700 \times 10^{-3} \text{ A}) \times h$$

$$h = \frac{4/2}{0.7} = 6 \Rightarrow 6 \times 60 = 360 \text{ دقیقه}$$

با دقت در مدار متوجه می‌شویم که جریان از نقطه A وارد مقاومت متغیر شده و از نقطه C خارج می‌شود؛ یعنی همواره کل طول سیم داخل مدار بوده و عملاً نقطه B و حرکت لغزنده هیچ تأثیری در افزایش یا کاهش طول سیم مقاومت ندارد.

با وصل شدن کلید k، مقاومت R_p اتصال کوتاه می‌شود. این یعنی مقاومت معادل بین دو نقطه A و B در حالت قبل برابر با $R_p \parallel (R_p + R_f)$ بود ولی در حالت فعلی برابر با $R_p \parallel R_f$ است. این یعنی مقاومت شاخه راست کم شده است. پس مقاومت معادل مدار نیز کم شده است.

$$R_T \downarrow \xrightarrow{I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}} I \uparrow \xrightarrow{V = \mathcal{E} - IR} V \downarrow$$

پس عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد، کاهش و عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد، افزایش می‌یابد.



در صورتی که n مقاومت یکسان موازی در اختیار داشته باشیم $R_{eq} = \frac{R}{n}$ ، مقدار مقاومت معادل را در اختیار ما قرار می‌دهد:

$$R_{eq} = \frac{240}{100} = 2/4 \Omega$$

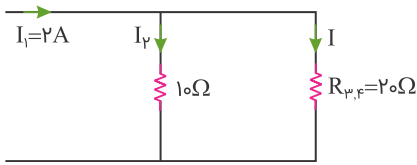
در مرحله بعدی جریان عبوری از مدار را به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{V}{R_{eq}} \Rightarrow I = \frac{120}{2/4} = 50 A$$

$$\Rightarrow V = \varepsilon - rI \Rightarrow 120 = \varepsilon - (0/6)(50) \Rightarrow \varepsilon = 150 V$$

$$R_a = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{کل}}} \times 100 = \frac{VI}{\varepsilon I} \times 100 = \frac{120}{150} \times 100 = 80\%$$

گام اول: جریان عبوری از R_f را برابر با I می‌گیریم. در این صورت با تقسیم جریان و قاعدهٔ انشعاب، جریان عبوری از R_1 را بر حسب I به دست می‌آوریم.



$$\frac{I_1}{I} = \frac{R_{1,f} + R_f}{R_1} \Rightarrow \frac{I_1}{I} = \frac{10 + R_f}{10} \Rightarrow I_1 = \left(\frac{10 + R_f}{10}\right)I$$

$$I_1 = I_1 + I = \left(\frac{10 + R_f}{10}\right)I + I = \left(\frac{10 + R_f}{10}\right)I$$

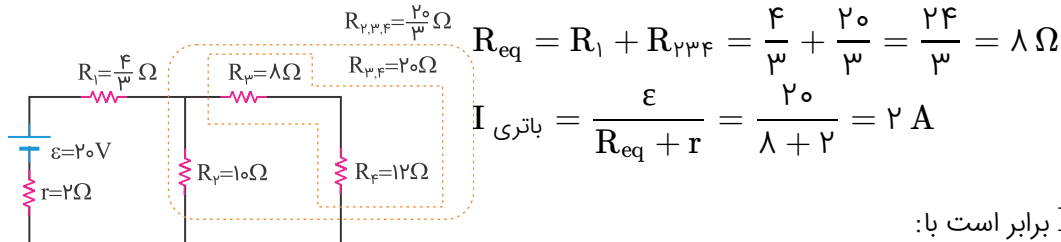
گام دوم: توان مقاومت R_f و R_1 را با استفاده از $P = RI^2$ به دست می‌آوریم و با یکدیگر برابر قرار می‌دهیم تا R_f به دست بیاید.

$$P_{R_f} = P_{R_1} \Rightarrow R_f I_1^2 = R_1 I_1^2 \xrightarrow{I_1 = \left(\frac{10 + R_f}{10}\right)I} R_f \left(\frac{10 + R_f}{10}\right)^2 I^2 = R_1 \left(\frac{10 + R_f}{10}\right)^2 I^2$$

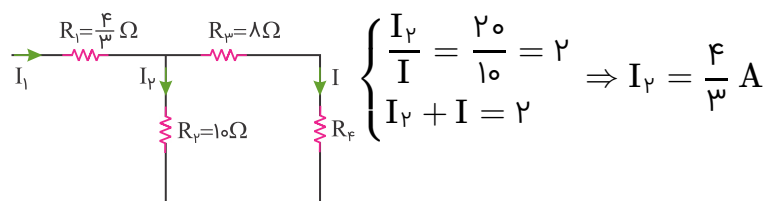
$$\Rightarrow 3R_f = \frac{1(10^2 + 36R_f + R_f^2)}{100} \Rightarrow 75R_f = 10^2 + 36R_f + R_f^2$$

$$\Rightarrow R_f^2 - 39R_f + 10^2 = 0 \Rightarrow R_f = 12 \Omega$$

گام سوم: جریان عبوری از باتری را به دست می‌آوریم:



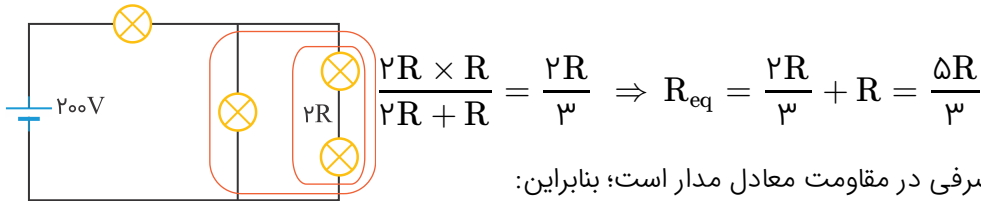
گام چهارم: جریان عبوری از R_2 برابر است با:



گام اول: ابتدا مقاومت هر لامپ را با استفاده از مشخصات روی آن‌ها به دست می‌آوریم.

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow 100 = \frac{(200)^2}{R} \Rightarrow R = 400 \Omega$$

گام دوم: مقاومت معادل مدار را به دست می‌آوریم:



گام سوم: توان کل مدار همان توان مصرفی در مقاومت معادل مدار است؛ بنابراین:

$$P_{کل} = \frac{V^2}{R_{eq}} = \frac{(200)^2}{\frac{5}{3}R} = \frac{4 \times 10^4}{\frac{5}{3} \times 400} = 60 \text{ W}$$

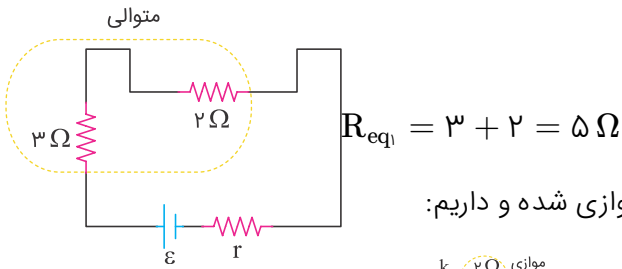
با افزایش مقاومت رئوستا، مقاومت معادل افزایش یافته و در نتیجه جریان کل مدار کم می‌شود، پس آمپرسنج A_1 ، عدد کوچک‌تر را نشان می‌دهد. از رابطه $V = \mathcal{E} - rI$ با کاهش جریان اختلاف پتانسیل دو سر مولد و در نتیجه اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_2 ، افزایش می‌یابد و از رابطه $V = RI$ چون مقاومت R_2 ثابت و ولتاژ دو سرش زیاد شده پس جریان این مقاومت زیاد شده و آمپرسنج A_2 جریان بزرگ‌تری را نشان می‌دهد.

در نمودار $I - V$ هر چه شیب بیشتر باشد مقاومت کمتر است از طرفی اگر مقاومت‌ها را به صورت موازی به هم ببندیم مقاومت معادل کمتر از همه مقاومت‌ها است پس باید شیب R_{eq} در نمودار $I - V$ از همه بیشتر باشد و شیب R_1 از R_2 بیشتر باشد پس گزینه ۲ درست است.

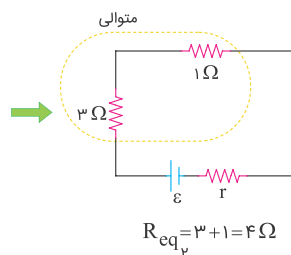
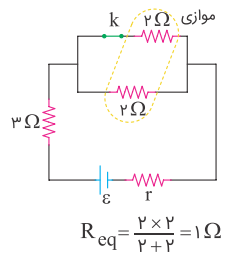
$$\begin{cases} P_1 = V_1 I_1 \Rightarrow 200 = 200 I_1 \Rightarrow I_1 = 1 \text{ A} \\ P_2 = V_2 I_2 \Rightarrow 80 = 200 I_2 \Rightarrow I_2 = 0.4 \text{ A} \\ P_3 = V_3 I_3 \Rightarrow 100 = 200 I_3 \Rightarrow I_3 = 0.5 \text{ A} \end{cases} \Rightarrow I_t = I_1 + I_2 + I_3 = 1.9 \text{ A}$$

دقت کنید وسایل موردنظر باهم موازی شده‌اند.

حالت اول: کلید K باز است: در این حالت مقاومت معادل مدار را محاسبه می‌کنیم:



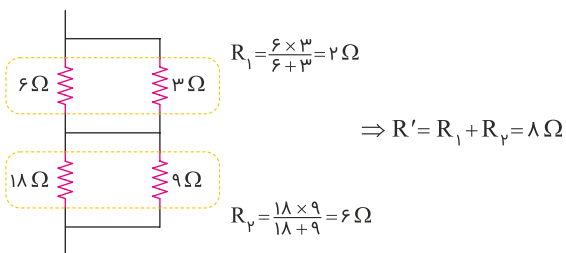
حالت دوم: کلید K بسته است. در این حالت مقاومت‌های 2Ω با هم موازی شده و داریم:



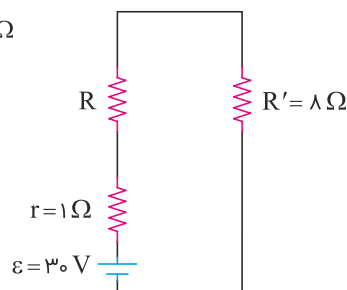
حال باتوجه به اینکه آمپرسنج در شاخه اصلی مدار قرار گرفته است، با استفاده از رابطه $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$ داریم:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{\frac{\varepsilon}{R_{eq2} + r}}{\frac{\varepsilon}{R_{eq1} + r}} = \frac{R_{eq1} + r}{R_{eq2} + r} = \frac{5 + 1}{4 + 1} = \frac{6}{5}$$

ابتدا مقاومت معادل مقاومت‌های خارجی به جز مقاومت R را به دست می‌آوریم:



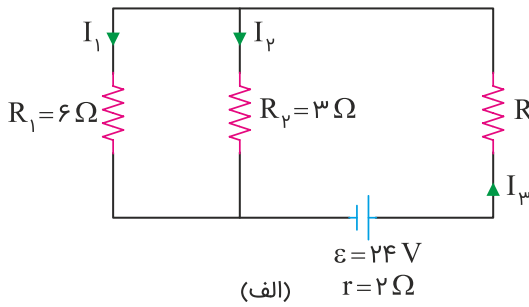
شکل ساده‌شده مدار به صورت زیر است:
مقاومت R' را به مقاومت درونی مدار اضافه می‌کنیم:



برای این که بتوان مصرفی مقاومت R که در مدار ساده‌شده نقش مقاومت خارجی را دارد، بیشینه شود، باید مقدار مقاومت آن با مقاومت داخلی جدید باتری برابر باشد، پس:

$$R = r + R' = 9\Omega$$

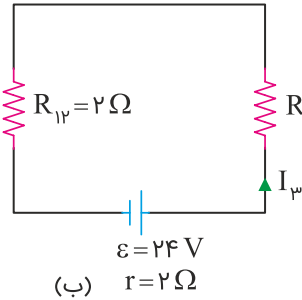
مقاومت‌های R_1 و R_2 موازی‌اند؛ بنابراین، اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها برابر است:



$$V_1 = V_2$$

$$P = \frac{V^2}{R} \xrightarrow{V_1=V_2} \frac{P_2}{P_1} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{6}{3} = 2 \Rightarrow P_2 = 2P_1$$

مقاومت معادل دو مقاومت R_1 و R_2 برابر است با:



$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{6 \times 3}{6 + 3} = \frac{18}{9} = 2 \Omega$$

توان مصرفی این مقاومت را با P_{12} نشان می‌دهیم:

$$P_{12} = P_1 + P_2 = \frac{P_2}{2} + P_2 = \frac{3}{2} P_2$$

مقاومت‌های R_{12} و R_3 متوالی هستند؛ بنابراین: $I_3 = I_{12}$

$$P = RI^2 \Rightarrow \frac{P_3}{P_{12}} = \frac{R_3}{R_{12}} \Rightarrow \frac{3P_2}{\frac{3}{2}P_2} = \frac{R_3}{2} \Rightarrow R_3 = 4 \Omega$$

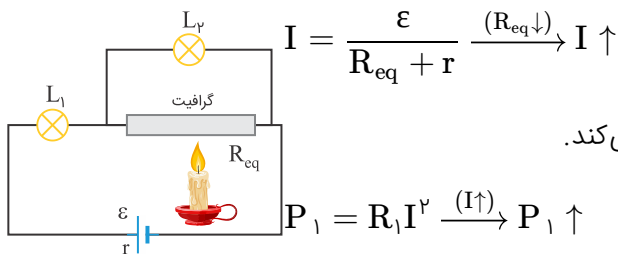
$$R_{eq} = R_{12} + R_3 = 2 + 4 = 6 \Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{24}{6 + 2} = \frac{24}{8} = 3 A$$

توان خروجی مولد از رابطه $P_o = \varepsilon I - rI^2$ یا $P_o = R_{eq} I^2$ به دست می‌آید:

$$P_o = R_{eq} I^2 = 6 \times 3^2 = 6 \times 9 = 54 W$$

گرافیت نیم‌رسانا است و با کاهش مقاومت خود، در برابر افزایش دما واکنش نشان می‌دهد. اگر یکی از مقاومت‌های موجود در مدار کاهش یابد، مقاومت معادل هم کاهش می‌یابد (البته به شرطی که از آن مقاومت جریان عبور کند).
کاهش مقاومت معادل به منزلهٔ افزایش جریان مدار است ($R_{eq} \downarrow$):

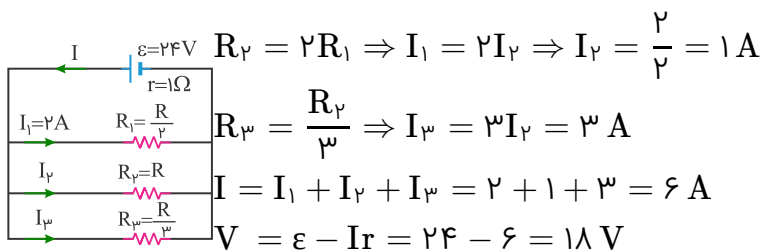


این جریان افزایش‌یافته از لامپ L_1 عبور می‌کند و آن را پرنورتر از قبل می‌کند.

برای تشخیص نحوهٔ تغییرات روشنایی لامپ L_2 می‌توانید کمی زرنگ‌بازی دربیارید و فرض کنید آن‌قدر مقاومت گرافیت کم می‌شود که به صفر می‌رسد و دو سر لامپ L_2 را اتصال کوتاه می‌کند. آنگاه لامپ L_2 خاموش می‌شود که این به معنی کاهش روشنایی لامپ L_2 است. اگر می‌خواهید علمی به همین نتیجه برسید، مراحل زیر را دنبال کنید:

$$V = \varepsilon - rI \xrightarrow{(I \uparrow)} V \downarrow$$

$$V = V_1 + V_2 = R_1 I + V_2 \xrightarrow{(V \downarrow, I \uparrow)} V_2 \downarrow \Rightarrow P_2 = \frac{V_2^2}{R_2}$$



هر سه مقاومت در آرایش موازی با مولد قرار گرفته‌اند. بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از آن‌ها برابر V مولد است.

$$V_1 = V = 18 \text{ V} \Rightarrow R_1 I_1 = 18 \Rightarrow \frac{R}{2} \times 2 = 18 \Rightarrow R = 18 \Omega$$

$$\text{حالت اول} \rightarrow R_{eq} = R + \frac{R}{n} \Rightarrow I_1 = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{\varepsilon}{R + \frac{R}{n}} = \frac{n\varepsilon}{(n+1)R}$$

$$\text{حالت دوم} \rightarrow R_{eq} = R + \frac{R}{n-1} \Rightarrow I_2 = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{\varepsilon}{R + \frac{R}{n-1}} = \frac{(n-1)\varepsilon}{nR}$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{\frac{(n-1)\varepsilon}{nR}}{\frac{n\varepsilon}{(n+1)R}} = \frac{(n-1)(n+1)}{n^2} = \frac{n^2-1}{n^2} = \frac{24}{25} \Rightarrow 25n^2 - 24 = 24n^2 \Rightarrow n^2 = 24 \Rightarrow n = 5$$

چون رسانا اهمی است، $\frac{V}{I}$ مقداری ثابت است. در حالت اول با افزایش پتانسیل، جریان عبوری از رسانا افزایش می‌یابد.

$$\begin{cases} V_1 = V \\ I_1 = I \end{cases}, \begin{cases} V_2 = V + 10 \\ I_2 = I + \frac{20}{100}I = 1/2 I \end{cases}$$

$$\frac{V_1}{I_1} = \frac{V_2}{I_2} \Rightarrow \frac{V}{I} = \frac{V+10}{1/2 I} \Rightarrow 0/2 V = 10 \Rightarrow V = 50 V$$

در حالت دوم اختلاف پتانسیل از $V = 50 V$ به $V_3 = V - 20 = 30 V$ می‌رسد. باز هم در این حالت نسبت $\frac{V}{I}$ ثابت است، پس داریم:

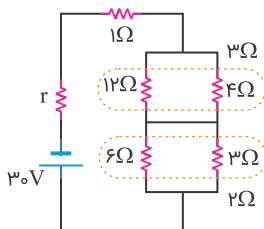
$$\frac{V_1}{I_1} = \frac{V_3}{I_3} \Rightarrow \frac{50}{I_1} = \frac{30}{I_3} \Rightarrow I_3 = \frac{3}{5} I_1$$

درصد تغییرات جریان در این حالت برابر است با:

$$\frac{I_3 - I_1}{I_1} \times 100 = \frac{\frac{3}{5} I_1 - I_1}{I_1} \times 100 = -40\%$$

؛ بنابراین جریان عبوری از رسانا ۴۰ درصد کاهش می‌یابد.

گام اول: توان خروجی از باتری هنگامی بیشینه است که مقاومت درونی باتری با مقاومت معادل مدار برابر باشد؛ بنابراین مقاومت درونی باتری در این حالت و جریان عبوری از باتری برابر است با:



$$R_{eq} = 1 + 3 + 2 = 6 \Omega$$

$$r = R_{eq} = 6 \Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{30}{6 + 6} = 2.5 \text{ A}$$

گام دوم: توان تلف شده در باتری برابر است با:

$$P_{\text{تلف شده}} = rI^2 = 6(2.5)^2 = 37.5 \text{ W}$$

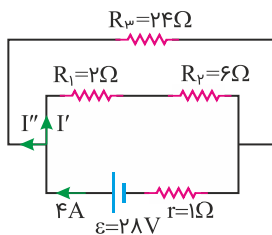
مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R_{1,2} = 2 + 6 = 8 \Omega$$

$$R_{eq} = \frac{R_{1,2} \times R_3}{R_{1,2} + R_3} = \frac{8 \times 24}{8 + 24} = 6 \Omega$$

جریان خروجی از باتری برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{28}{6 + 2} = 4 \text{ A}$$



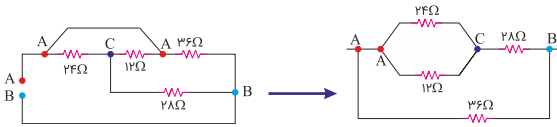
$$\begin{cases} V_{1,2} = V_3 \Rightarrow 8I' = 24I'' \Rightarrow I' = 3I'' \\ I' + 3I'' = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow I' = 3 \text{ A}, I'' = 1 \text{ A}$$

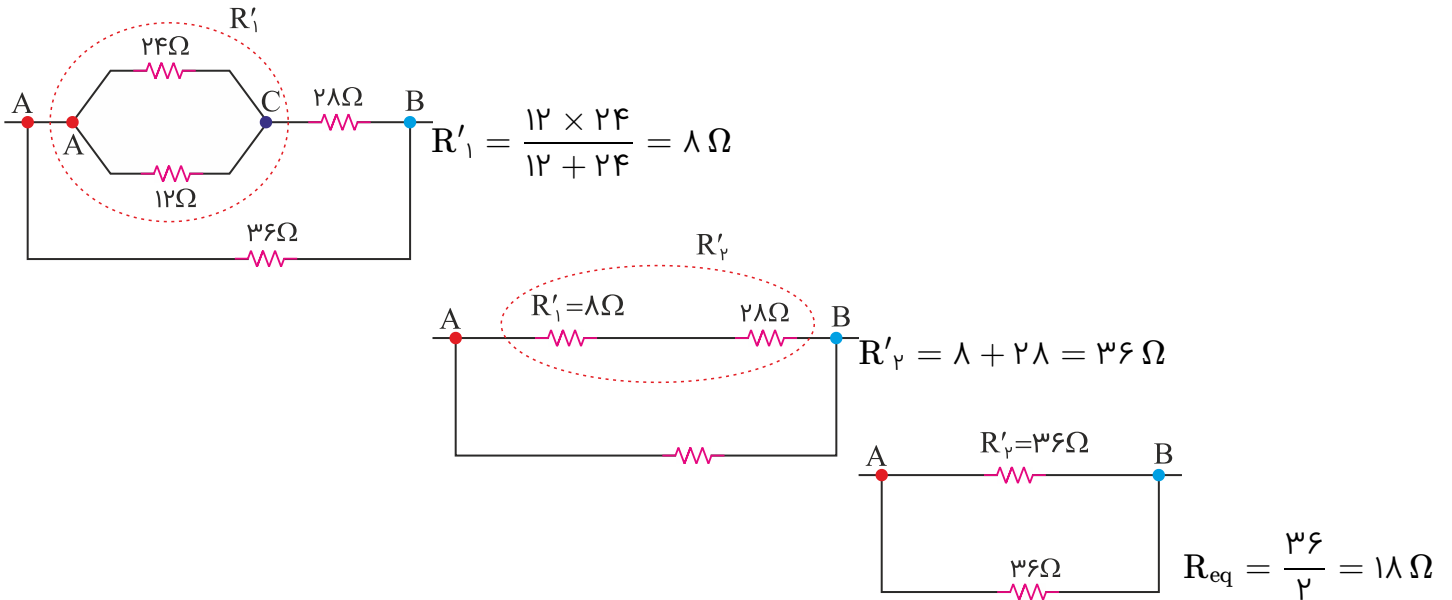
انرژی مصرفی مقاومت R_2 برابر است با:

$$U = R_2 I'^2 t = 6 \times (3)^2 \times 60 = 3240 \text{ J}$$

به روش نام گذاری گره ها شکل را ساده می کنیم:



حالا مدار ساده شده را مرحله به مرحله محاسبه و ساده تر می کنیم.



با چرخش پیچ پتانسیومتر در جهت نشان داده شده، مقاومت پتانسیومتر افزایش و در نتیجه جریان خروجی از باتری که همان جریان عبوری از مقاومت R_1 است، کاهش می یابد؛ بنابراین طبق رابطه $P_1 = R_1 I^2$ ، توان مصرفی مقاومت R_1 کاهش می یابد. ولتاژ دو سر پتانسیومتر که برابر با مجموع ولتاژهای R_2 و R_3 است، افزایش می یابد.

$$V_{2,3} = R_{2,3} I_{2,3} \Rightarrow I_{2,3} = \frac{V_{2,3} : \uparrow}{R_{2,3} : \text{ثابت}} \Rightarrow I_{2,3} \uparrow$$

با افزایش جریان عبوری از هریک از مقاومت های R_2 و R_3 ، اختلاف پتانسیل دو سر آنها نیز افزایش می یابد.